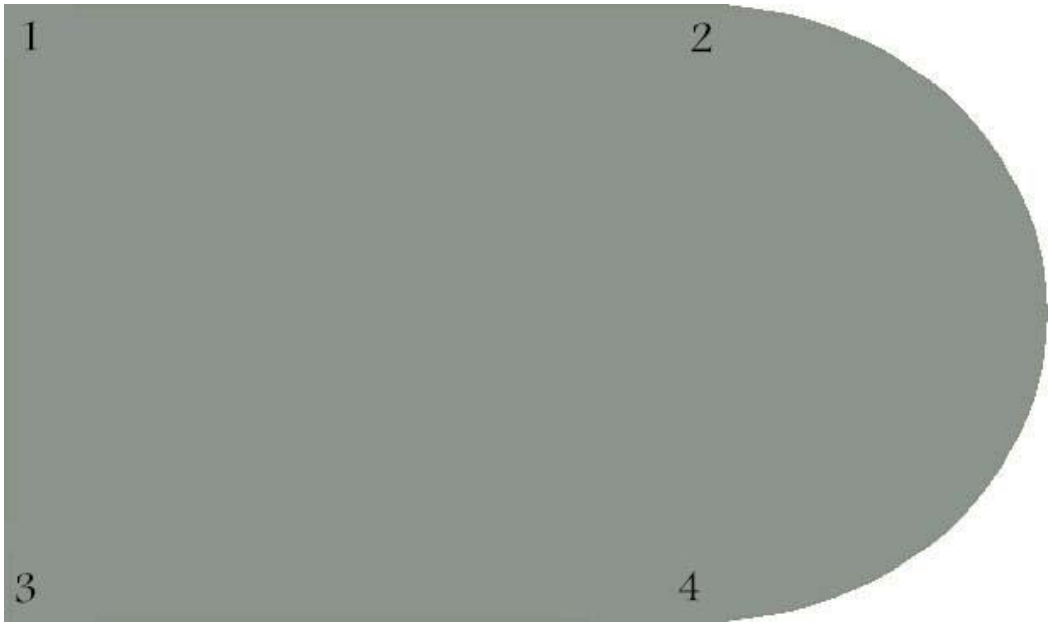
رسم پروفایل دما در یک قطعه مسی

قطعه‌ای مسی به شکل زیر را در نظر بگیرید



فرض می‌کنیم که این قطعه به اندازه کافی در جهت عمود بر صفحه کاغذ بزرگ باشد که بتوان از تغییرات دما در این جهت صرف نظر کرد.

خواص فیزیکی جسم را ثابت فرض می‌کنیم وحالت سیستم را به صورت پایا در نظر می‌گیریم

شرایط مرزی

وجه ۱-۲ به طول ۱ متر و ایزوله

وجه ۱-۳ به طول ۱ متر می‌باشد

این وجه در محیطی با هوای ۰ درجه و ضریب انتقال حرارت (w/m^2K) ۸ قرار گرفته است.

وجه ۳-۴ به طول ۱ متر می‌باشد

این وجه در دمای ^0C ۱۰۰ ثابت نگه داری می‌شود.

وجه ۲-۴ یک نیم دایره به شعاع نیم متر می‌باشد.

این وجه در برابر نور خورشید قرار گرفته است.

معادله دیفرانسیل حاکم بر جسم

معادله حاکم بر این جسم در حالت کلی به صورت رابطه ۱ است

$$\nabla^2 T + \frac{q}{k} = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t} \qquad (۱)$$

هرگونه استفاده تجاری از این نوشته به صورت کتاب، جزوه، نشریه و ... ممنوع می‌باشد
All right reserved © 2006 Amin Bashi

با توجه به پایا بودن سیستم و نداشتن منبع تولید گرما رابطه ۱ به این صورت در می‌آید.

$$\nabla^2 T = 0 \qquad (۲)$$

این معادله برای حل شدن به دو شرط مرزی در جهت y و دو شرط مرزی در x نیازمند است.

شرایط مرزی

$$T(x,0) = 100^0 C$$

$$\frac{dT(x,1)}{dx} = 0$$

$$-k\left.\frac{dT}{dy}\right|_{x=0} = 8T$$

$$@ \quad (x-1)^2 + (y-0.5)^2 = 0.5^2 \qquad k\frac{dT}{dy} = 700\frac{w}{m}$$

این معادله یک معادله بیضوی است.برای حل این معادله از pdetoolbox نرم افزار متلب استفاده شده است.

نحوه حل معادله توسط نرم افزار متلب

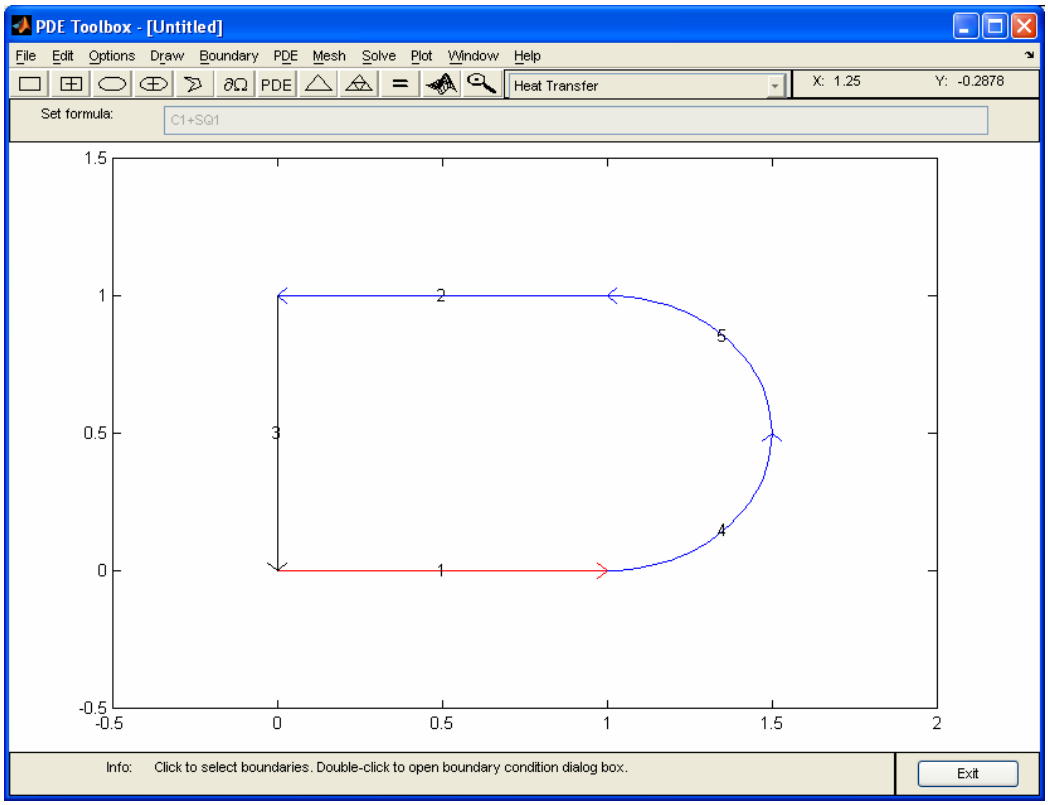
ابتدا با کمک دستور pdecirc یک دایره رسم می‌کنیم.

پس از آن با دستور pderect یک مربع در کنار این دایره رسم می‌کنیم.

```
% Geometry description:
pdecirc(1,0.5,0.5,'C1');
pderect([0 1 0 1],'SQ1');
```

حالا نوبت به مشخص کردن شرایط مرزی می‌رسد.این کار با دستور pdesetbd انجام می‌شود.

هرگونه استفاده تجاری از این نوشته به صورت کتاب، جزوه، نشریه و ... ممنوع می‌باشد
All right reserved © 2006 Amin Bashi



شکل ۱ – شماره گذاری وجه‌های جسم.

همانطور که در شکل ۱ می‌بینید وجه‌های مختلف جسم شماره گذاری شده است.برای دیدن این شماره‌ها از منوی Boundray گزینه Show Edge Lables را انتخاب کنید.پس از آن از همان منو گزینه Remove All Subdomain Boarders بزنید.

برای تعین شرایط مرزی وجه ۱ به این صورت عمل می کنیم.

این وجه در درمای ^{0}C ۱۰۰ نگه‌داری می‌شود و شرط مرزی آن از نوع دیریکله است.

شرط مرزی دیریکله به صورت hu = r است.در این مثال h=1 و r=100 است.منظور از u متغیر وابسته است.

```
pdesetbd(1,...
'dir',...
1,...
'1',...
'100')
```

برای دیگر وجه‌ها هم به همین صورت عمل می کنیم.

و اما شرط مرزی نیومن

حالت کلی این شرط به این صورت است

$$\vec{n}.(c\nabla u) + qu = g$$

n بردار یکه و در جهت بردار u می باشد.

هرگونه استفاده تجاری از این نوشته به صورت کتاب، جزوه، نشریه و ... ممنوع می‌باشد
All right reserved © 2006 Amin Bashi

حالا نوبت به تعریف معادله دیفرانسیل می‌رسد.

برای تعریف معادله از دستور pdeseteq استفاده می‌کنیم.

pdeseteq(TYPE,C,A,F,D,TLIST,U0,UT0,RANGE)

منظور از type در معادله بالا نوع معادله دیفراسیل است:

۱ برای بیضوی

۲ برای هذلولی

۳ برای سهموی

۴ برای معادلات مقادیر ویژه

برای این مثال این دستور به شکل استفاده می‌شود.

متلب می‌تواند معادلاتی به صورت زیر حل کند

$$d\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \nabla.(c\nabla u) + au = f$$

در حالت خطی و

$$-\nabla.(c(u)\nabla u) + a(u)u = f(u)$$

در حالت غیر خطی

همچنین می‌تواند معادلات بالا را به صورت دستگاه دو مجهولی از u1 و u2 حل کند.

بنابراین متلب می‌تواند مسایل مربوط به انتقال حرارت در حالت پایا و غیر پایا، الکترواستاتیک و ... حل کند.

اگر به شکل ۱ دقت کنید می‌بینید که در بالای پنجره، وسط، عبارت heat transfer نوشته شده است.

البته یادمان باشد که حل معادله لاپلاس در انتقال حرارت تفاوتی با حل معادله لاپلاس در الکترواستاتیک یا هر موضوع دیگری تفاوتی نمی‌کند.

```
pdeseteq(1,...
'380',...
'0',...
'(0)+(0).*(0.0)',...
'(1.0).*(1.0)',...
'0:10',...
'0.0',...
'0.0',...
'[0 100]')
```

قدم بعدی برای حل معادله تقسیم کردن است. متلب از روش تفاضل محدود برای حل معادله استفاده می‌کند.

برای این کار به این صورت عمل می‌کنیم.

```
% Mesh generation:
```

هرگونه استفاده تجاری از این نوشته به صورت کتاب، جزوه، نشریه و ... ممنوع می‌باشد
All right reserved © 2006 Amin Bashi

```
setappdata(pde_fig,'Hgrad',1.3);
setappdata(pde_fig,'refinemethod','regular');
pdetool('initmesh')
```

دستور بالا تقسیم بندی را از نوع Hgrad و با ضریب رشد ۱,۳ قرار می‌دهد.

برای اینکه مفهوم این عبارات را بدانید به مطالب مربوط به دستور initmesh در راهنمای متلب مراجعه کنید.

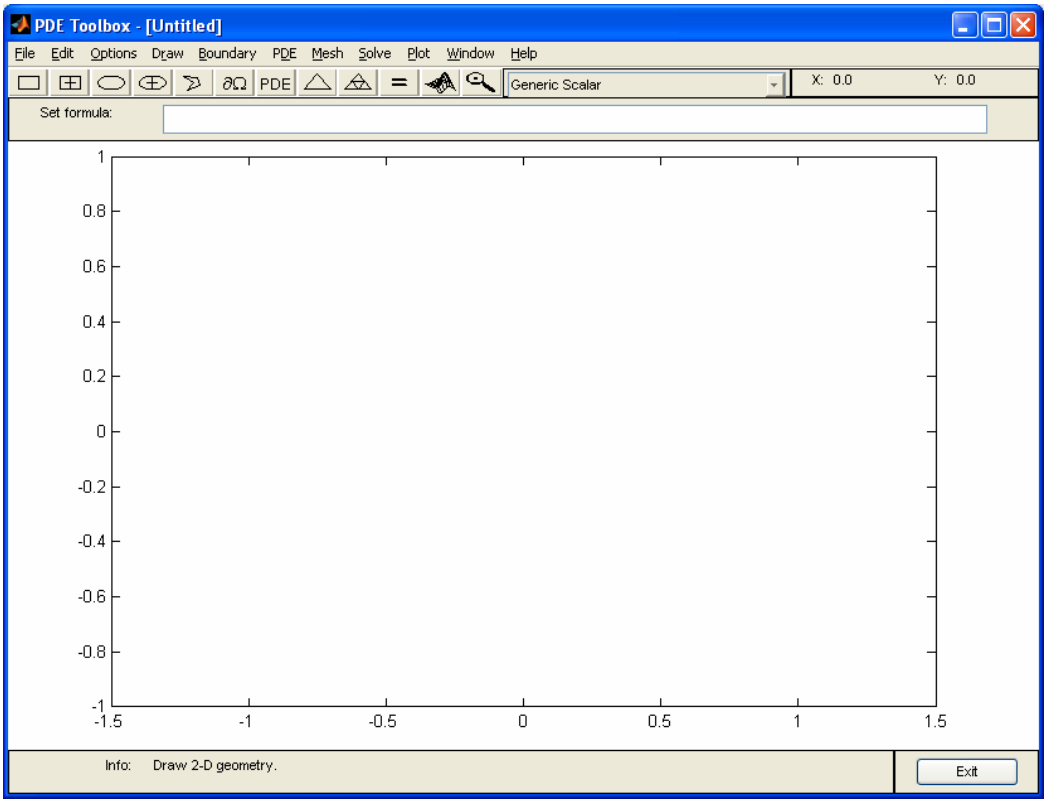
حالا می‌توانیم معادله را حل کنیم.

```
% Solve parameters:
setappdata(pde_fig,'solveparam',...
str2mat('0','1000','10','pdeadworst',...
'0.5','longest','0','1E-4','','fixed','Inf'))
```

برای حل یک PDE احتیاج به نوشتن این دستورات نیست و معمولا از pdetool استفاده می‌شود.

مثال بالا را با استفاده از pdetool دوباره حل می‌کنیم.

در خط فرمان متلب دستور pdetool را بنویسید و اجرا کنید تا پنجره زیر باز شود.



شکل ۲ –پنجره pdetool

منوی بالا وسط صفحه که با عبارت Generic Scalar مشخص شده است را باز کنید و Heat Transfer را انتخاب کنید.

هرگونه استفاده تجاری از این نوشته به صورت کتاب، جزوه، نشریه و ... ممنوع می‌باشد
All right reserved © 2006 Amin Bashi

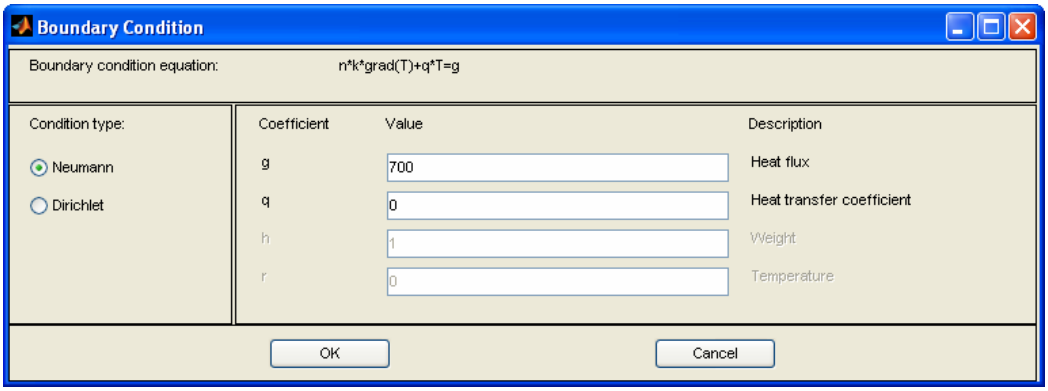
حالا نوبت رسم مسأله است.یک دایره و یک مربع رسم کنید تا شکل موزد نظر بدست آید.برای راحتی کار می‌توانید از منوی Option گزینه‌های Grid و Snap را انتخاب کنید. ولی من ترجیح می‌دهم از دستور pdecirc و دستور pderect استفاده کنم.

از منوی Boundary گزینه Boundary mode و سپس گزینه Remove All Subdomain Boarders را انتخاب کنید.

حالا بر روی هرکدام از مرزها دو بار کلیک کرده و نوع آن را مشخص کنید.

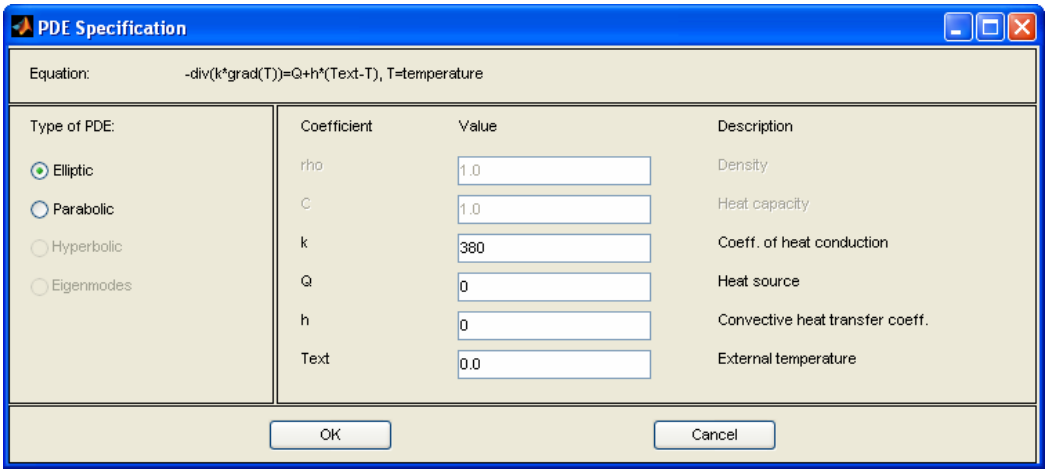
اگر دستورات را درست انجام داده باشید، به شکلی شبیه شکل ۱ می‌رسید.

برای نمونه مرز شماره ۵ به این صورت مشخص می‌شود.



شکل ۳- مشخص کردن مرز شماره ۵

حال از منوی PDE گزینه PDE Specification را انتخاب کنید.کادر زیر باز می‌شود



شکل ۴ – نحوه مشخص کردن pde

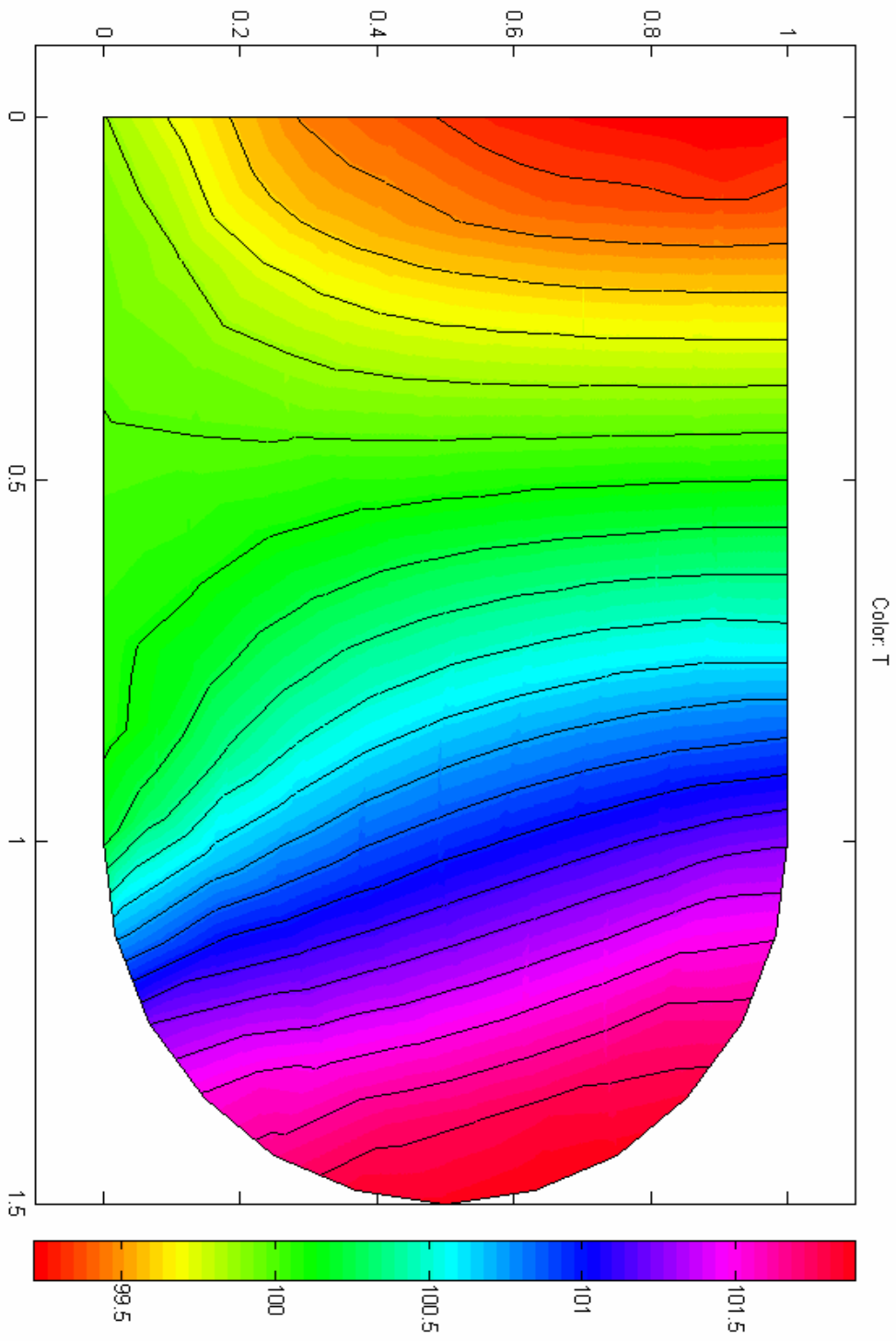
با توجه به صورت مساله مقدار هر یک از پارامترها را وارد می‌کنیم. در این مثال چشمه حرارتی نداریم پس مقدار Q را برابر صفر قرار می‌دهیم.مقدار h و Text نیز برابر با صفر است(چرا)

هرگونه استفاده تجاری از این نوشته به صورت کتاب، جزوه، نشریه و ... ممنوع می‌باشد
All right reserved © 2006 Amin Bashi

حالا کافی است که تکمه = را فشار دهیم .

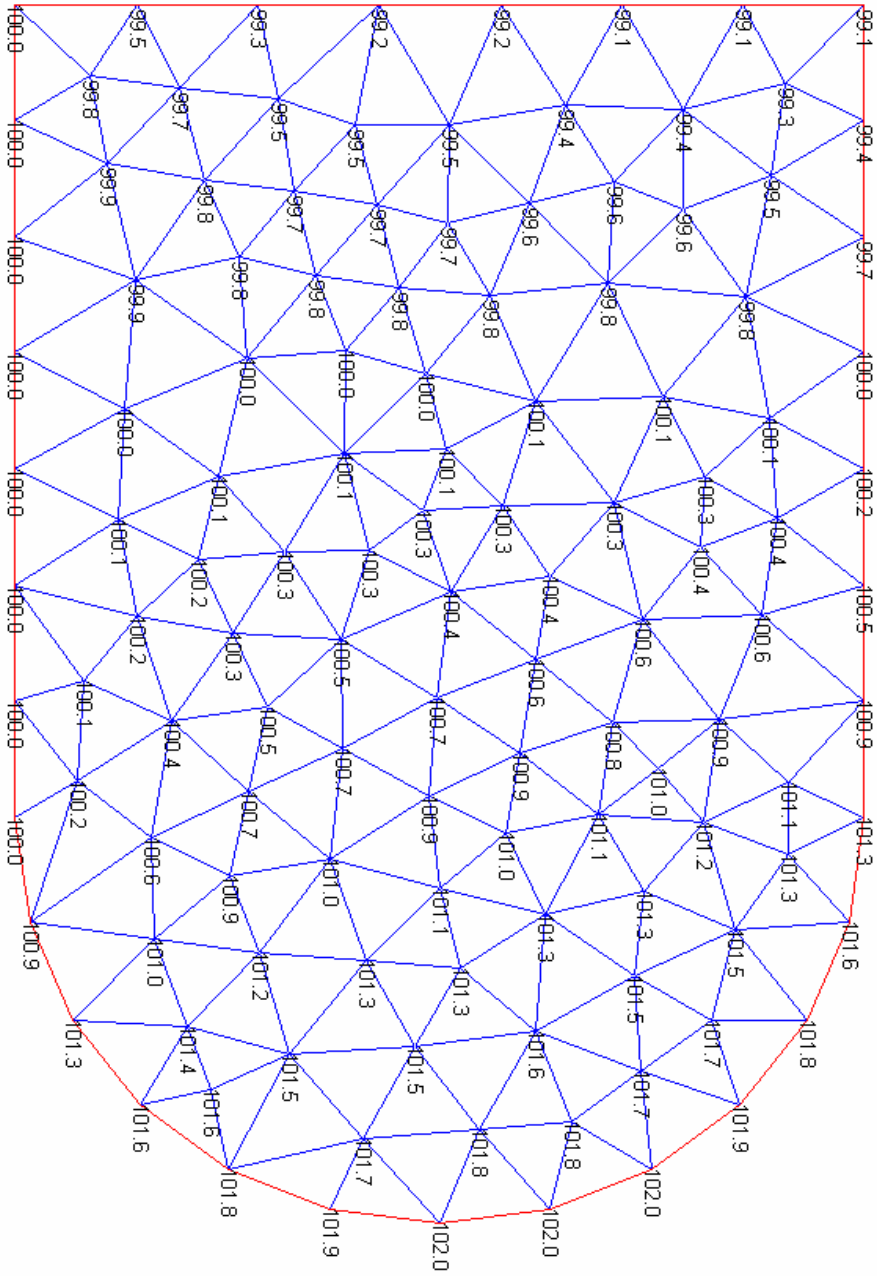
اگر دسورات را درست انجام داده باشید جواب شما با جواب من متفاوت خواهد بود(از نظر ظاهر). خودتان سعی کنید که با بازی کردن با منوها جواب من را بدست بیاورید. ولی باز هرچه قدر سعی کنید نمی‌توانید شکل شماره ۶ در منوهای پنجره pdetool را به دست آورید. برای کشیدن این شکل باید به خودتان زحمت چند خط کد نویسی را بدهید

هرگونه استفاده تجاری از این نوشته به صورت کتاب، جزوه، نشریه و ... ممنوع می‌باشد
All right reserved © 2006 Amin Bashi



شکل ۵ – جواب مسأله

هرگونه استفاده تجاری از این نوشته به صورت کتاب، جزوه، نشریه و ... ممنوع می‌باشد
All right reserved © 2006 Amin Bashi



شکل ۶ – نحوه تقسیم بندی مسأله و نمایش دمای هر گره

هرگونه استفاده تجاری از این نوشته به صورت کتاب، جزوه، نشریه و ... ممنوع می‌باشد
All right reserved © 2006 Amin Bashi